

doi: 10.12052/gdutxb.220065

FDI攻击下非线性多智能体系统分布式 无模型自适应控制

曲 燊^{1,2}, 车伟伟^{1,2}

(1. 青岛大学 自动化学院, 山东 青岛 266071; 2. 青岛大学 山东省工业控制技术重点实验室, 山东 青岛 266071)

摘要: 为研究受到虚假数据注入攻击的单输入单输出非线性多智能体系统的分布式无模型自适应控制问题, 提出了一种新的分布式动态线性化方法, 以获得非线性多智能体的等效线性数据模型。与现有多智能体的分布式无模型自适应控制在控制器设计中有所不同, 本文设计的控制器不需要网络拓扑结构的信息, 仅使用系统的输入输出数据。仿真算例验证了所提出的分布式无模型自适应控制算法可以实现多智能体系统的均方有界趋同控制。算法保证了多智能体系统在受到网络攻击时可以实现趋同控制目标。

关键词: 分布式紧格式动态线性化; 分布式无模型自适应控制; 多智能体系统; 虚假数据注入攻击

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1007-7162(2022)05-0075-08

Distributed Model-Free Adaptive Control for Nonlinear Multi-Agent Systems with FDI Attacks

Qu Shen^{1,2}, Che Wei-wei^{1,2}

(1. School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266071, China; 2. Shandong Key Laboratory of Industrial Control Technology, Qingdao University, Qingdao 266071, China)

Abstract: The distributed model-free adaptive control (DMFAC) problem for single-input single-output nonlinear multi-agent systems (MASs) with false data injection attacks is studied. A new distributed dynamic linearization method is proposed to obtain an equivalent distributed compact form dynamic linearization data model for nonlinear MASs. Unlike the existing DMFAC results of MASs that the network topology is used in the controller design, the distributed model-free adaptive controller designed in this research uses the input/output data and the controller parameter does not depend on the eigenvalues of the Laplacian matrix. Simulation examples verify that the proposed distributed model-free adaptive control algorithm can achieve bounded consensus control of MASs in the mean square sense. The algorithm can ensure that the multi-agent system achieve the consensus control objective when it is under attacks.

Key words: distributed compact form dynamic linearization; distributed model-free adaptive control; multi-agent systems; FDI (false data injection) attacks

近年来, 多智能体系统(Multi-agent Systems, MASs)的协同控制问题在无人机^[1]、多机器人系统^[2]等领域的广泛应用引起了学界极大的研究兴趣。与传统的控制系统相比, MASs具有分布式、协作、自治、容错、高效、低成本等优点。一般来说, 协同控制

主要有3个目标, 即趋同控制、跟踪控制和包容控制。趋同控制的目标是使所有智能体的输出最终达成一致。跟踪控制的目标是在趋同控制目标的基础上跟踪期望的输出。包容控制的目标是使一群追随者能够到达并停留在由多个领导者形成的凸包上。目前,

收稿日期: 2022-03-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61873338); 山东省泰山学者基金资助项目(tsqn201812052); 山东省重点项目(ZR2020KF034)

作者简介: 曲燊(1995-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为自适应控制等

通信作者: 车伟伟(1980-), 女, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为网络控制系统、信息物理融合系统等, E-mail: cwwemail1980@126.com

已经有许多基于模型的MASs趋同控制方法^[3-8]、跟踪控制方法^[9-12]和包容控制方法^[13-19]。

值得说明的是上述研究都是基于系统模型的。然而,在实际系统中,经常无法得到系统的准确模型。因此,学界已经有几种数据驱动的控制方法来完成MASs的各种控制任务^[20-22]。作为一种新颖的数据驱动方法,文献[23-27]提出的无模型自适应控制(Model-free Adaptive Control, MFAC)不需要任何系统模型,只需要利用系统的输入输出信号。在MFAC框架中,可以利用动态线性化技术将非线性系统变换为线性数据模型,可分为紧格式动态线性化(Compact Form Dynamic Linearization, CFDL)、偏格式动态线性化(Partial Form Dynamic Linearization, PFDL)和全格式动态线性化(Full Form Dynamic Linearization, FFDL)。需要指出的是,CFDL只使用一个参数来捕捉非线性系统的复杂行为,如非线性和时延等。PFDL和FFDL通过使用多个参数来更好地捕捉复杂非线性系统的复杂行为。文献[25]和文献[26]分别研究了单输入单输出(Single-input Single-output, SISO)和多输入多输出(Multiple-input Multiple-output, MIMO)非线性系统的CFDL-MFAC和PFDL-MFAC问题。此外,文献[27]研究了FFDL-MFAC问题。

最近, MFAC方法已被引入MASs以实现协同控制目标。文献[28]使用MFAC算法研究了一致性跟踪控制问题,其中提出了分布式无模型自适应控制(Distributed Model-free Adaptive Control, DMFAC)算法来保证所有智能体都可以跟踪参考信号。文献[29]研究了在切换拓扑下使用MFAC算法应对非线性MASs的输出编队问题。分布式无模型自适应迭代学习控制的问题在文献[30]中得到解决。进一步扩展应用该结果使所有智能体在有限时间内实现趋同跟踪目标^[31]。文献[32]研究了非线性MASs的编队控制问题,其中设计了无模型自适应迭代学习控制算法来实现编队控制目标。此外,文献[33]研究了具有有界扰动的非线性MASs的鲁棒无模型自适应迭代学习编队控制问题。文献[34]研究了使用MFAC算法的MASs的中继协同跟踪控制问题。文献[35]使用无模型自适应迭代学习控制方法解决了具有未知干扰的MASs的一致性跟踪控制问题。文献[36]研究了多输入多输出MASs的鲁棒迭代学习一致性跟踪控制问题。

需要指出的是,上述无模型自适应控制器设计中采用了网络拓扑,即无模型自适应控制器参数依赖于拉普拉斯矩阵的特征值。为了更好地展示

MFAC算法在MASs框架中的优越性,有必要仅使用MASs的输入/输出(input/output, I/O)数据来研究新的DMFAC算法。主要困难是如何建立一个新的MASs的DMFAC框架。因此,需要在现有的单智能体数据模型的基础上,探索一个合理的MASs数据模型。

随着网络通信技术的发展, MASs遭受网络攻击时的安全性问题受到广泛关注。众所周知, 恶意网络攻击是不可避免的, 而且会对MASs造成严重影响。有两种常见的网络攻击, 即拒绝服务(Denial-of-Service, DoS)和虚假数据注入(False Data Injection, FDI)攻击。目前, 有分别考虑DoS攻击^[37-38]和FDI攻击^[39-40]的基于模型的分布式MASs控制器。此外, 文献[41]研究了受到DoS攻击的MASs协同控制问题, 并开发了一种基于学习的DMFAC来抵抗DoS攻击。然而, 考虑FDI网络攻击的DMFAC问题并没有得到很好的解决, 还缺乏相关的研究。

为了解决上述问题, 本文首先建立了一种新的分布式紧格式动态线性化(Distributed CFDL, DCFDL)MASs数据模型。然后, 基于DCFDL数据模型, 研究了分布式无模型自适应控制器, 以实现遭受FDI攻击的MASs分布式协同控制目标。

1 预备知识和DMFAC框架制定

本节旨在DCFDL数据模型的基础上建立非线性MASs的DMFAC框架。

1.1 预备知识

首先展示一些图论相关知识。拓扑图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 代表了MASs之间的连接关系, 式中 $\mathcal{V} = \{1, \dots, N\}$ 是节点集合, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 代表了边的集合。邻接矩阵 $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 表示为如果 $(i, j) \in \mathcal{E}$ 则 $a_{ii} = 0$ 且 $a_{ij} = 1$, 否则 $a_{ij} = 0$ 。智能体 i 的邻居定义为 $N_i = \{j \in \mathcal{V} : (j, i) \in \mathcal{E}\}$ 并且自回路 (i, i) 满足 $(i, i) \notin \mathcal{E}$ 。拉普拉斯矩阵 $\mathbf{L} = [L_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 定义为

$$L_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij}, \quad L_{ij} = -a_{ij} (i \neq j)$$

1.2 基于DCFDL的DMFAC框架制定

考虑一类异构非线性MASs, 第 i 个($i \in N$)智能体的非线性系统为

$$y_i(k+1) = f_i(y_i(k), u_i(k)) \quad (1)$$

式中: $u_i(k)$ 和 $y_i(k)$ 分别为第 i 个智能体的输入和输出。 $f_i(\cdot, \cdot)$ 为未知的非线性函数。

以下假设和引理将会在本文中使用。

假设1^[25] $f_i(\cdot, \cdot)$ 相对于控制输入 $u_i(k)$ 的偏导数

是连续的。

假设2^[25] 非线性系统式(1)满足广义Lipschitz条件,即如果 $\Delta u_i(k) \neq 0$,那么 $|\Delta y_i(k+1)| \leq \bar{b}_i |\Delta u_i(k)|$, $\bar{b}_i > 0$ 是一个常数。式中 $\Delta y_i(k) = y_i(k) - y_i(k-1)$, $\Delta u_i(k) = u_i(k) - u_i(k-1)$ 。

假设3 拓扑图 $\mathcal{G}$ 具有一个有向生成树。

引理1^[25] 如果非线性MASs式(1)满足假设1、2,而且对于所有 k 有 $|\Delta u_i(k)| \neq 0$,那么存在时变伪偏导数参数 $\phi_i^c(k)$,使得系统式(1)可以转换成式(2)的CFDL数据模型。

$$\Delta y_i(k+1) = \phi_i^c(k) \Delta u_i(k) \quad (2)$$

式中: $\phi_i^c(k)$ 是有界的且满足 $|\phi_i^c(k)| \leq \bar{b}_i$ 。

假设4^[25] 对所有 k 伪偏导数 (Pseudo Partial Derivative, PPD) 参数保持不变,且满足 $\phi_i^c(k) > \epsilon_i > 0$ 或 $\phi_i^c(k) < -\epsilon_i$ 。本文中假设 $\phi_i^c(k) > \epsilon_i$ 。

注释1 假设1是非线性系统的一般约束条件。假设2意味着有界输入产生有界输出,这在实际系统中是满足的。假设3是达成趋同控制目标的充分必要条件。假设4意味着当输入增加时,系统的输出不会减少,这被认为是一种“类线性”特性。在基于模型的控制方法中的控制方向可以找到类似的假设。

注释2 引理1提出了一种新的线性化方法,其广泛应用于无模型自适应控制方法中^[23-27]。与现有的线性化方法不同,这种线性化方法仅使用系统的I/O数据。此外,可以通过设计估计器来估计PPD参数。

为了将MFAC框架引入MASs,定义分布式量测输出为

$$\xi_i(k+1) = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(y_i(k+1) - y_j(k+1)) \quad (3)$$

然后,将式(1)代入式(3),得到

$$\xi_i(k+1) = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(f_i(y_i(k), u_i(k)) - f_j(y_j(k), u_j(k))) \quad (4)$$

可以观察到, $\xi_i(k+1)$ 是多个非线性函数的线性组合。所以式(4)是关于 $y_i(k)$, $y_j(k)$, $u_i(k)$ 和 $u_j(k)$ 的非线性方程。

基于引理1,引理2给出了MASs的DCFDL数据模型。

引理2 对于满足假设1~3且 $|\Delta u_i(k)| > \underline{\epsilon}_i$ ($\underline{\epsilon}_i$ 对于所有 k 是正常数)的系统式(4)存在时变参数 $\phi_i(k)$,使得式(4)可以重新写为式(5)的DCFDL数据模型。

$$\Delta \xi_i(k+1) = \phi_i(k) \Delta u_i(k) \quad (5)$$

式中: $\Delta \xi_i(k+1) = \xi_i(k+1) - \xi_i(k)$, $\phi_i(k)$ 是有界的且满足 $|\phi_i(k)| \leq b_i$ 。

证明 基于系统式(4), $\Delta \xi_i(k+1)$ 可以通过以下

公式计算:

$$\begin{aligned} \Delta \xi_i(k+1) = & \sum_{j \in N_i} a_{ij}(f_i(y_i(k), u_i(k)) - f_j(y_j(k), u_j(k)) - \\ & f_i(y_i(k-1), u_i(k-1)) + f_j(y_j(k-1), u_j(k-1)) + \\ & f_i(y_i(k), u_i(k-1)) - f_i(y_i(k), u_i(k-1))) \end{aligned}$$

然后,将 $f_i(y_i(k), u_i(k)) - f_i(y_i(k), u_i(k-1))$ 对 $u_i(k)$ 使用微分中值定理,可以得到

$$\Delta \xi_i(k+1) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} \left(\frac{\partial f^*}{\partial u_i(k)} \Delta u_i(k) + \Psi(k) \right)$$

式中: $\frac{\partial f^*}{\partial u_i(k)}$ 为 $f_i(y_i(k), u_i(k))$ 在区间 $[u_i(k-1), u_i(k)]$ 中对 $u_i(k)$ 的偏导数值。 $\Psi(k) = -f_j(y_j(k), u_j(k)) - f_i(y_i(k-1), u_i(k-1)) + f_j(y_j(k-1), u_j(k-1)) + f_i(y_i(k), u_i(k-1))$ 。

根据文献^[24]中的动态线性化技巧可以得到等式 $\Psi(k) = \eta_i(k) \Delta u_i(k) + \eta_j(k) \Delta u_j(k)$,对每个时刻 k 都有变量 $\eta_i(k)$ 和 $\eta_j(k)$ 。存在解 $\eta_i^*(k)$ 使得 $\Psi(k) = \eta_i^*(k) \Delta u_i(k)$ 成立。使 $\phi_i(k) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} \left(\frac{\partial f^*}{\partial u_i(k)} + \eta_i^*(k) \right)$,可以得到 $\Delta \xi_i(k+1) = \phi_i(k) \Delta u_i(k)$ 。

此外,一方面由于实际系统中的执行器不能变化太快^[42],所以控制输入的增量是有界的,即 $|\Delta u_i(k)| \leq \bar{\epsilon}_i$,式中 $\bar{\epsilon}_i$ 是正常数。另一方面根据引理2,有 $|\Delta u_i(k)| > \underline{\epsilon}_i$,式中 $\underline{\epsilon}_i$ 是正常数。因此,有 $\left| \frac{\Delta u_j(k)}{\Delta u_i(k)} \right| \leq \frac{\bar{\epsilon}_j}{\underline{\epsilon}_i}$ 。然后有

$$\begin{aligned} |\Delta \xi_i(k+1)| & \leq \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} \bar{b}_i \Delta u_i(k) \right| + \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} \bar{b}_j \Delta u_j(k) \right| \leq \\ & \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} \bar{b}_i \right| |\Delta u_i(k)| + \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} \bar{b}_j \right| |\Delta u_j(k)| \leq \\ & \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} \bar{b}_i \right| |\Delta u_i(k)| + \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} \bar{b}_j \right| \frac{\bar{\epsilon}_j}{\underline{\epsilon}_i} |\Delta u_i(k)| = \\ & b_i |\Delta u_i(k)| \end{aligned}$$

式中: $b_i = \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} \bar{b}_i \right| + \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} \bar{b}_j \right| \frac{\bar{\epsilon}_j}{\underline{\epsilon}_i}$ 是有界的,设其界为 b ,所以式(1)中定义的 $\phi_i(k)$ 也是有界的,即 $|\phi_i(k)| \leq b$ 。

注释3 值得注意的是, $|\Delta u_i(k)|$ 需要满足引理2中的条件 $|\Delta u_i(k)| > \underline{\epsilon}_i$,将通过控制方法中的重置条件来保证。

1.3 分布式无模型自适应控制器设计

需要注意的是实际的PPD参数 $\phi_i(k)$ 通常很难获得。为了克服这个困难,设计如下观测器引入 $\phi_i(k)$ 的估计值 $\hat{\phi}_i(k)$ 。

$$\hat{\xi}_i(k+1) = \hat{\xi}_i(k) + \hat{\phi}_i(k) \Delta u_i(k) + K_i(\xi_i(k) - \hat{\xi}_i(k)) \quad (6)$$

式中: K_i 为观测器增益, PPD参数的估计值通过以下自适应更新律来更新。

$$\hat{\phi}_i(k) = \hat{\phi}_i(k-1) + \frac{\eta_i \Delta u_i(k-1)(\Delta \xi_i(k) - \hat{\phi}_i(k-1) \Delta u_i(k-1))}{\Delta u_i^2(k-1) + \mu_i} \quad (7)$$

式中: η_i 和 μ_i ($i = 1, \dots, N$) 分别为惩罚因子和步长因子。

为了设计分布式趋同无模型自适应控制器, 定义式(8)性能函数。

$$J_2[u_i(k)] = |\hat{\xi}_i(k+1)|^2 + \lambda_i |u_i(k) - u_i(k-1)|^2 \quad (8)$$

式中: λ_i ($i = 1, \dots, N$) 为权重常数。

令 $J_2[u_i(k)]$ 对 $u_i(k)$ 求导, 并使其导数等于零, 引入步长因子 ρ_i 可以得到

$$u_i(k) = u_i(k-1) - \frac{\rho_i \hat{\phi}_i(k)}{\hat{\phi}_i^2(k) + \lambda_i} (\hat{\xi}_i(k) + K_i(\xi_i(k) - \hat{\xi}_i(k))) \quad (9)$$

注释4 性能函数式(8)由两部分组成, 即估计的分布输出 $\hat{\xi}_i(k+1)$ 和控制输入的增量。以这种方式定义性能函数的目的是最小化 $\hat{\xi}_i(k+1)$, 并保证控制输入的平滑度。尽管 $\hat{\xi}_i(k+1)$ 被用在性能函数中, 其主要目的是便于控制器设计, 在式(5)的帮助下 $\hat{\xi}_i(k+1)$ 不包含在控制输入式(9)中。

2 带有FDI攻击的DMFAC建模

FDI攻击旨在通过将虚假数据注入传输网络来破坏系统性能。假设攻击者会随机对从传感器到控制器的传输网络发起FDI攻击, 如图1所示。因此, 当传输网络中发生FDI攻击时, 观测器和控制器接收到的数据包为

$$\xi_i^a(k) = \xi_i(k) + \beta_i(k) \omega_i(k) \quad (10)$$

式中: $\beta_i(k)$ 为从传感器到控制器的传输网络中的FDI攻击是否成功并且符合伯努利分布。 $\beta_i(k) = 1$ 为FDI攻击成功, $\beta_i(k) = 0$ 为FDI攻击失败。 $\omega_i(k)$ 为注入传输网络的虚假数据。考虑到攻击者的能量约束, 虚假数据是时变有界常数, 即 $|\omega_i(k)| < c_i$, 式中 $c_i > 0$ 为常数。假设FDI攻击成功和失败的概率分别遵循 $P\{\beta_i(k) = 1\} = \beta_i$ 和 $P\{\beta_i(k) = 0\} = 1 - \beta_i$ 。

将式(6)和式(9)结合并考虑到传输网络遭受FDI攻击, 得到受FDI攻击的DMFAC算法为

$$\hat{\xi}_i(k+1) = \hat{\xi}_i(k) + \hat{\phi}_i(k) \Delta u_i(k) + K_i(\xi_i^a(k) - \hat{\xi}_i(k)) \quad (11)$$

$$\hat{\phi}_i(k) = \hat{\phi}_i(k-1) + \frac{\eta_i(\xi_i^a(k) - \xi_i(k-1) - \hat{\phi}_i(k-1) \Delta u_i(k-1)) \Delta u_i(k-1)}{\Delta u_i^2(k-1) + \mu_i} \quad (12)$$

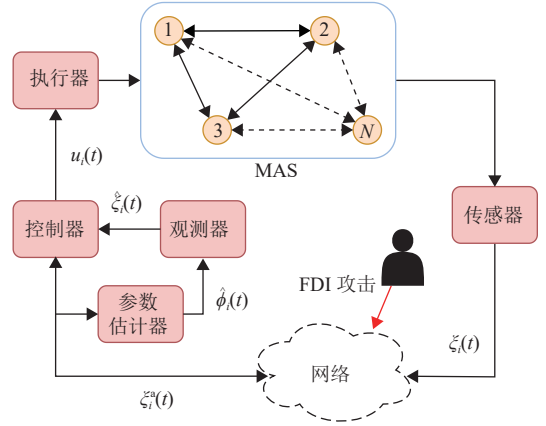


图1 具有FDI攻击的MASs的DMFAC系统框图

Fig.1 System block diagram of the DMFAC for MASs with FDI attacks

$$u_i(k) = u_i(k-1) - \frac{\rho_i \hat{\phi}_i(k)}{\hat{\phi}_i^2(k) + \lambda_i} (\hat{\xi}_i(k) + K_i(\xi_i^a(k) - \hat{\xi}_i(k))) \quad (13)$$

问题1 对于受FDI攻击的非线性MASs式(1), 本文旨在设计由式(11)~(13)构成的仅使用I/O数据的DMFAC算法, 在均方意义上实现有界趋同控制目标, 即 $E\{|y_i(k) - y_j(k)|\} \leq \varsigma_i$ ($j \in N_i$), 式中 $\varsigma_i > 0$ 是趋同误差的上限。

3 DMFAC算法设计与稳定性分析

本节讨论了MASs的稳定性分析, 并得到了DMFAC算法的参数。以下定理是保证趋同控制目标能够实现的主要结果。

定理1 对于受到FDI攻击的非线性MASs式(1), 如果满足假设1~4, 而且存在 $\lambda_i > \lambda_{\min}$ 和 $\lambda_{\min} > 0$ 被合理选择, $\mu_i \geq 1$, $\rho_i \in (0, 1]$, $\eta_i \in (0, 1]$, $K_i \in (0, 2)$, 初始值 $\hat{\phi}_i(1) > 0$ 和存在任意小的正常数 σ_i ($i = 1, \dots, N$), 则可以使用以下DMFAC算法实现趋同控制目标。

$$\hat{\xi}_i(k+1) = \hat{\xi}_i(k) + \hat{\phi}_i(k) \Delta u_i(k) + K_i(\xi_i^a(k) - \hat{\xi}_i(k)) \quad (14)$$

$$\hat{\phi}_i(k) = \begin{cases} \hat{\phi}_i(k-1) + (\eta_i \Delta u_i(k-1)(\xi_i^a(k) - \xi_i(k-1) - \hat{\phi}_i(k-1) \Delta u_i(k-1))) / (\Delta u_i^2(k-1) + \mu_i), & \text{其他} \\ \hat{\phi}_i(1), & \text{如果 } |\hat{\phi}_i(k)| \leq \sigma_i \text{ 或 } |\Delta u_i(k-1)| \leq \sigma_i \end{cases} \quad (15)$$

$$u_i(k) = u_i(k-1) - \frac{\rho_i \hat{\phi}_i(k)}{\hat{\phi}_i^2(k) + \lambda_i} (\hat{\xi}_i(k) + K_i(\xi_i^a(k) - \hat{\xi}_i(k))) \quad (16)$$

证明 过程将分为2个步骤, 即PPD参数的估计误差和趋同误差分别在均方意义上有界。

(1) 证明PPD参数的估计误差在均方意义上有界。将PPD参数的估计误差定义为 $e_{\phi_i}(k) = \hat{\phi}_i(k) - \phi_i(k)$ 。在式(15)两侧同时减去 $\phi_i(k)$, 得到

$$\begin{aligned}
e_{\phi_i}(k) &= \hat{\phi}_i(k-1) - \phi_i(k) + \frac{\eta_i \Delta u_i(k-1)}{\Delta u_i^2(k-1) + \mu_i} \times \\
&(\phi_i(k-1) \Delta u_i(k-1) + \beta_i(k) \omega_i(k) - \hat{\phi}_i(k-1) \Delta u_i(k-1)) = \\
&e_{\phi_i}(k-1) + \phi_i(k-1) - \phi_i(k) - \frac{\eta_i \Delta u_i^2(k-1)}{\Delta u_i^2(k-1) + \mu_i} e_{\phi_i}(k-1) + \\
&\frac{\eta_i \Delta u_i(k-1)}{\Delta u_i^2(k-1) + \mu_i} \beta_i(k) \omega_i(k) = \left(1 - \frac{\eta_i \Delta u_i^2(k-1)}{\Delta u_i^2(k-1) + \mu_i}\right) e_{\phi_i}(k-1) + \\
&\phi_i(k-1) - \phi_i(k) + \frac{\eta_i \Delta u_i(k-1)}{\Delta u_i^2(k-1) + \mu_i} \beta_i(k) \omega_i(k)
\end{aligned} \quad (17)$$

然后,在式(17)两边取绝对值和期望得到

$$\begin{aligned}
E\{|e_{\phi_i}(k)|\} &\leq \left|1 - \frac{\eta_i \Delta u_i^2(k-1)}{\Delta u_i^2(k-1) + \mu_i}\right| E\{|e_{\phi_i}(k-1)|\} + \\
&\left| \frac{\eta_i \Delta u_i(k-1)}{\Delta u_i^2(k-1) + \mu_i} \right| |\beta_i(k) \omega_i(k)| + |\phi_i(k-1) - \phi_i(k)|
\end{aligned} \quad (18)$$

根据式(15),函数 $\frac{\eta_i \Delta u_i^2(k-1)}{\Delta u_i^2(k-1) + \mu_i}$ 对于 $\Delta u_i^2(k-1)$ 是单调递增的,而且其最大值是 $\frac{\eta_i \sigma_i^2}{\mu_i + \sigma_i^2}$ 。那么,当 $0 < \eta_i \leq 1$ 且 $\mu_i \geq 1$ 时,式(19)成立。

$$0 \leq \left|1 - \frac{\eta_i \Delta u_i^2(k-1)}{\Delta u_i^2(k-1) + \mu_i}\right| \leq 1 - \frac{\eta_i \sigma_i^2}{\mu_i + \sigma_i^2} \triangleq d_1 < 1 \quad (19)$$

另外有

$$0 \leq \left| \frac{\eta_i \Delta u_i(k-1)}{\Delta u_i^2(k-1) + \mu_i} \right| \leq \frac{\eta_i \Delta u_i(k-1)}{2 \Delta u_i(k-1) \sqrt{\mu_i}} = \frac{\eta_i}{2 \sqrt{\mu_i}} \triangleq d_2 < 1 \quad (20)$$

根据引理2,有 $|\phi_i(k)| \leq b_i$ 。因此 $|\phi_i(k) - \phi_i(k-1)| \leq 2b_i$ 。考虑 $0 \leq \beta_i \leq 1$ 和虚假数据 $\omega_i(k)$ 是有界的,式(18)可以重写为

$$\begin{aligned}
E\{|e_{\phi_i}(k)|\} &\leq d_1 E\{|e_{\phi_i}(k-1)|\} + 2b_i + d_2 \beta_i c_i \leq \dots \leq \\
&d_1^{k-1} E\{|e_{\phi_i}(1)|\} + \frac{(2b_i + d_2 \beta_i c_i)(1 - d_1^{k-1})}{1 - d_1}
\end{aligned}$$

所以, $e_{\phi_i}(k)$ 在均方意义上是有界的。因为 $\phi_i(k)$ 是有界的,所以 $\hat{\phi}_i(k)$ 是有界的。

(2) 证明趋同误差在均方意义上有界,即 $E\{|y_i(k) - y_j(k)|\} \leq \varsigma_i (j \in N_i)$ 。

首先基于 $e_{\phi_i}(k)$ 的稳定性,证明观测器的估计误差在均方意义上是一致有界的。定义观测器的估计误差为 $e_{\xi_i}(k) = \xi_i(k) - \hat{\xi}_i(k)$ 。根据式(5)和式(14),可得 $e_{\xi_i}(k+1) =$

$$\begin{aligned}
&\xi_i(k) + \phi_i(k) \Delta u_i(k) - \hat{\xi}_i(k) - \hat{\phi}_i(k) \Delta u_i(k) - K_i(\xi_i^a(k) - \hat{\xi}_i(k)) = \\
&e_{\xi_i}(k) + (\phi_i(k) - \hat{\phi}_i(k)) \Delta u_i(k) - K_i(\xi_i^a(k) - \hat{\xi}_i(k)) = \\
&e_{\xi_i}(k) - e_{\phi_i}(k) \Delta u_i(k) - K_i(\xi_i(k) + \beta_i(k) \omega_i(k) - \hat{\xi}_i(k)) = \\
&(1 - K_i) e_{\xi_i}(k) - e_{\phi_i}(k) \Delta u_i(k) - K_i \beta_i(k) \omega_i(k)
\end{aligned} \quad (21)$$

在式(21)两侧同时取期望和绝对值,可得

$$\begin{aligned}
E\{|e_{\xi_i}(k+1)|\} &\leq |1 - K_i| E\{|e_{\xi_i}(k)|\} + |e_{\phi_i}(k) \Delta u_i(k)| + \\
&|K_i \beta_i \omega_i(k)| = |1 - K_i| E\{|e_{\xi_i}(k)|\} + \Upsilon_i(k)
\end{aligned} \quad (22)$$

式中: $\Upsilon_i(k) = |e_{\phi_i}(k) \Delta u_i(k)| + |K_i \beta_i \omega_i(k)|$ 。需要注意的是,在实际系统中执行器不能变化太快,因此控制输入的变化是有界的^[42],并且在前面的讨论中已经保证了所有信号的有界性。因此假设 $\Upsilon_i(k) < v_i$ 是个常数, $v_i > 0$ 。

根据定理1中 $K_i \in (0, 2)$ 和式(22)可以得到式(23)。

$$\begin{aligned}
E\{|e_{\xi_i}(k+1)|\} &\leq |1 - K_i| E\{|e_{\xi_i}(k)|\} + v_i \leq \dots \leq \\
&|1 - K_i|^k E\{|e_{\xi_i}(1)|\} + \frac{v_i(1 - |1 - K_i|^k)}{1 - |1 - K_i|}
\end{aligned} \quad (23)$$

很显然 $e_{\xi_i}(k)$ 在均方意义上是有界的,即 $e_{\xi_i}(k)$ 收敛到式(24)的集合中。

$$\left\{ e_{\xi_i}(k) | E\{|e_{\xi_i}(k+1)|\} \leq \frac{v_i}{1 - |1 - K_i|} \right\} \quad (24)$$

然后证明 $\hat{\xi}_i(k)$ 在均方意义上是一致有界的。将控制输入式(16)代入式(14),得到

$$\hat{\xi}_i(k+1) = \left(1 - \frac{\rho_i \hat{\phi}_i^2(k)}{\hat{\phi}_i^2(k) + \lambda_i}\right) (\hat{\xi}_i(k) + K_i(\xi_i^a(k) - \hat{\xi}_i(k))) \quad (25)$$

考虑式(10),得到

$$\begin{aligned}
\hat{\xi}_i(k+1) &= \left(1 - \frac{\rho_i \hat{\phi}_i^2(k)}{\hat{\phi}_i^2(k) + \lambda_i}\right) (\hat{\xi}_i(k) + K_i(\xi_i(k) + \beta_i(k) \omega_i(k) - \\
&\hat{\xi}_i(k))) = \left(1 - \frac{\rho_i \hat{\phi}_i^2(k)}{\hat{\phi}_i^2(k) + \lambda_i}\right) (\hat{\xi}_i(k) + K_i(e_{\xi_i}(k) + \beta_i(k) \omega_i(k)))
\end{aligned} \quad (26)$$

在式(26)两边取绝对值和期望,得到

$$E\{|\hat{\xi}_i(k+1)|\} \leq \left|1 - \frac{\rho_i \hat{\phi}_i^2(k)}{\hat{\phi}_i^2(k) + \lambda_i}\right| (E\{|\hat{\xi}_i(k)|\} + \Psi_i(k)) \quad (27)$$

式中: $\Psi_i(k) = |K_i(e_{\xi_i}(k) + \beta_i \omega_i(k))|$,并且在前面的讨论中已经保证了所有信号的有界性。因此,认定 $\Psi_i(k) < \varphi_i$ 是个常数, $\varphi_i > 0$ 。

根据定理1中 $\rho_i \in (0, 1]$ 和 $\lambda_i > 0$,得到

$$0 < \left|1 - \frac{\rho_i \hat{\phi}_i^2(k)}{\hat{\phi}_i^2(k) + \lambda_i}\right| = 1 - \frac{\rho_i \hat{\phi}_i^2(k)}{\hat{\phi}_i^2(k) + \lambda_i} \triangleq d_3 < 1 \quad (28)$$

根据式(28),可以从式(27)中得到不等式

$$\begin{aligned}
E\{|\hat{\xi}_i(k+1)|\} &\leq d_3 E\{|\hat{\xi}_i(k)|\} + d_3 \varphi_i \leq \dots \leq \\
&d_3^k E\{|\hat{\xi}_i(1)|\} + \frac{d_3 \varphi_i (1 - d_3^k)}{1 - d_3}
\end{aligned}$$

很显然 $\hat{\xi}_i(k)$ 在均方意义上是一致有界的,即 $\hat{\xi}_i(k)$ 收敛到式(29)的集合中。

$$\left\{ \hat{\xi}_i(k) | E\{|\hat{\xi}_i(k+1)|\} \leq \frac{d_3 \varphi_i}{1 - d_3} \right\} \quad (29)$$

结合式(24)与式(29)可以得到,当 $k \rightarrow \infty$ 时, $\xi_i(k)$ 收敛到式(30)的集合中。

$$\{\xi_i(k) | E\{|\xi_i(k)|\} \leq |\hat{\xi}_i(k) + e_{\xi_i}(k)| \leq \varsigma_i\} \quad (30)$$

式中: $\varsigma_i = \left| \frac{v_i}{1 - |1 - K_i|} + \frac{d_3 \varphi_i}{1 - d_3} \right|$ 为分布式输出的上界。

因此分布式输出 $\xi_i(k)$ 在均方意义上是一致有界的。

另外结合假设3中的有向生成树的条件,可以解决问题1,即趋同误差在均方意义上是有界的。

注释5 所设计的DMFAC算法式(14)~(16)仅使用系统的I/O数据,没有使用模型参数。另外,所设计的控制算法并不需要知道MASs拓扑结构的全局信息。

4 仿真

在本节中,提供了仿真示例,以验证所提出的DMFAC算法的有效性。

考虑以下异构非线性MASs。

$$\begin{cases} y_1(k+1) = \frac{y_1(k)}{1+y_1^2(k)} + u_1^2(k) \\ y_2(k+1) = \frac{y_2(k)u_2(k)}{1+y_2^3(k)} + 0.5u_2(k) \\ y_3(k+1) = 0.7\sin(y_3(k)) + u_3(k) \\ y_4(k+1) = 0.4\cos(y_4(k)) + 0.7u_4(k) \end{cases}$$

趋同控制的拓扑图如图2所示。在不考虑领导者的情况下,得到拉普拉斯矩阵为

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

初始值为 $y_1(0) = 0.5, y_2(0) = -1.5, y_3(0) = 1, y_4(0) = -0.5, u_1(0) = 0, u_2(0) = 1, u_3(0) = 2, u_4(0) = 3$ 和 $\hat{\phi}_i(0) = 2$ 。虚假数据为 $\omega_i(k) = 0.05 \times (1 + 0.1 \sin(2\pi k/150))$ 。观测器增益 K_i 选为0.9。控制器和估计器参数选为 $\eta_i = 1, \mu_i = 1, \lambda_i = 3.5$ 和 $\rho_i = 0.3$ 。根据引理2中控制器的设计条件式(14)~(16), FDI攻击的成功概率为 $\beta_i = 0.7(i = 1, \dots, 4)$ 。

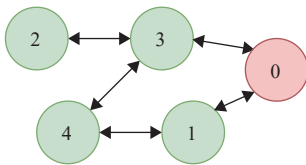
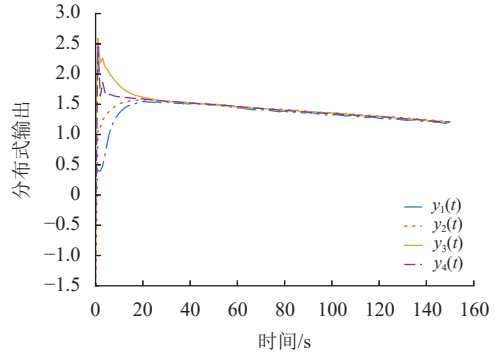


图2 趋同控制的拓扑图

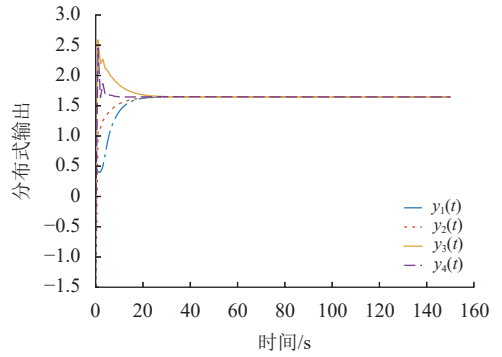
Fig.2 The topology graph for the consensus control

仿真结果如图3所示。可以观察到,当通信网络受到FDI攻击时,所有智能体的输出都是有界趋同的。

图4展示了在保持其他初始值不变, $\omega_i(k) = 0.05 \times (1 + 0.1 \sin(2\pi k/150))$ 时,不同FDI攻击成功概率下趋同控制算法的性能。图5展示了在保持FDI攻击的成功概率 $\beta_i = 0.7(i = 1, \dots, 4)$ 和其他初始值不变的情况下,不同虚假数据 $\omega_{1i}(k) = 0.01 \times \cos(2\pi k/150), \omega_{2i}(k) = 0.05 \times \cos(2\pi k/150), \omega_{3i}(k) = 0.1 \times \cos(2\pi k/150)$ 的趋同控制算法的性能。可以观察到,对于所有不同的时变有界虚假数据,算法都可以实现趋同控制目标。



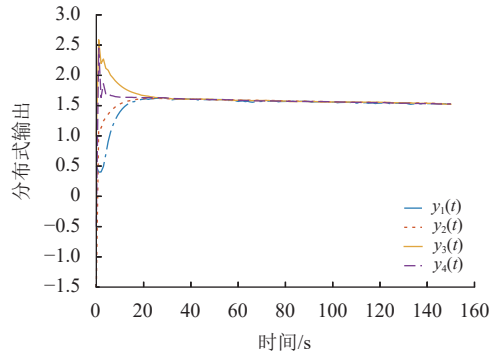
(a) 有 FDI 攻击 ($\beta_i=0.7$)



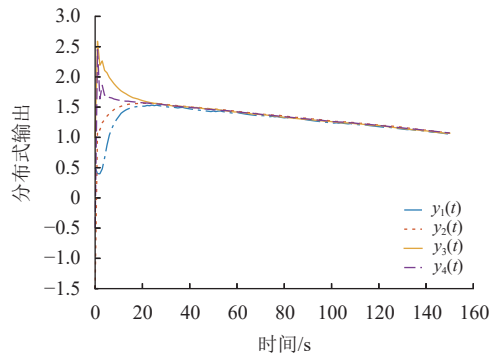
(b) 无 FDI 攻击 ($\beta_i=0$)

图3 有和无FDI攻击的趋同控制算法的性能

Fig.3 The performance of the consensus control algorithm with(left) and without(right) FDI attacks



(a) $\beta_i=0.2$



(b) $\beta_i=0.8$

图4 不同攻击成功概率下趋同控制算法的性能

Fig.4 The performance of the consensus control algorithm with different attacks possibility

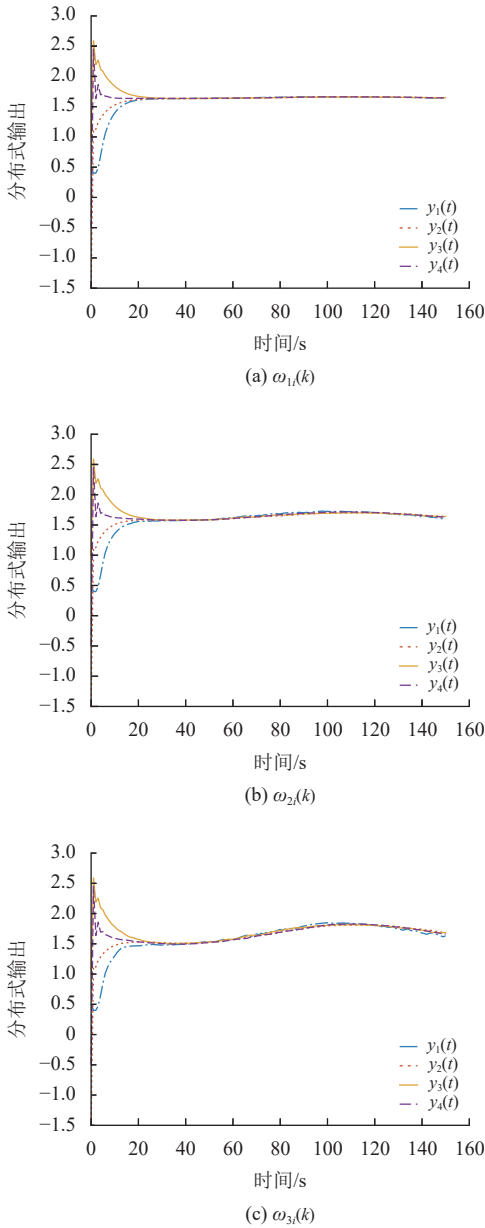


图5 不同虚假数据下趋同控制算法的性能

Fig.5 The performance of the consensus control algorithm with different false data

5 结论

本文研究了受FDI攻击的非线性异构MASs的分布式趋同MFAC问题,在文献[25]中设计的单智能体CFDL数据模型的基础上,提出了一种新颖的DCFDL数据模型设计方法,通过改进的动态线性化方法,使用非线性MASs的I/O数据获得等效线性数据模型。基于DCFDL数据模型,设计了一种新的DMFAC算法来实现受FDI攻击的MASs分布式趋同控制。所提出的DMFAC算法既不需要系统模型,也不需要网络拓扑结构。仿真结果表明,所设计的ET-MFAC算法可以很好地实现分布式趋同控制目标。

参考文献:

- [1] TANG Y, XING X, KARIMI H R, *et al.* Tracking control of networked multi-agent systems under new characterizations of impulses and its applications in robotic systems [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 63(2): 1299-1307.
- [2] DONG X, HUA Y, ZHOU Y, *et al.* Theory and experiment on formation-containment control of multiple multirotor unmanned aerial vehicle systems [J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2018, 16(1): 229-240.
- [3] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [4] HE W, XU B, HAN Q L, *et al.* Adaptive consensus control of linear multiagent systems with dynamic event-triggered strategies [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 50(7): 2996-3008.
- [5] DENG C, CHE W W, WU Z G. A dynamic periodic event-triggered approach to consensus of heterogeneous linear multiagent systems with time-varying communication delays [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(4): 1812-1821.
- [6] DENG C, CHE W W. Fault-tolerant fuzzy formation control for a class of nonlinear multiagent systems under directed and switching topology [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, 51(9): 5456-5465.
- [7] JIN X Z, CHE W W, WU Z G, *et al.* Adaptive consensus and circuit implementation of a class of faulty multiagent systems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(1): 226-237.
- [8] JIANG C, CHEN Z, GUO Y. Multi-robot formation control: a comparison between model-based and learning-based methods [J]. *Journal of Control and Decision*, 2020, 7(1): 90-108.
- [9] DENG C, CHE W W, SHI P. Cooperative fault-tolerant output regulation for multiagent systems by distributed learning control approach [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 31(11): 4831-4841.
- [10] YANG H, YE D. Observer-based fixed-time secure tracking consensus for networked high-order multiagent systems against dos attacks [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(4): 2018-2031.
- [11] XU W, HO D W, LI L, *et al.* Event-triggered schemes on leader-following consensus of general linear multiagent systems under different topologies [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015, 47(1): 212-223.
- [12] YANG Y, LI Y, YUE D, *et al.* Distributed secure consensus control with event-triggering for multiagent systems under dos attacks [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(6): 2916-2928.
- [13] AMINI A, ASIF A, MOHAMMADI A. Formation-containment control using dynamic event-triggering mechanism for multi-agent systems [J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2020, 7(5): 1235-1248.

- [14] ZUO S, YUE D. Resilient output formation containment of heterogeneous multigroup systems against unbounded attacks [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(3): 1902-1910.
- [15] DENG C, YANG G H. Distributed adaptive fault-tolerant containment control for a class of multi-agent systems with non-identical matching non-linear functions [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2016, 10(3): 273-281.
- [16] CHEN W, DING D, GE X, *et al.* H_∞ containment control of multiagent systems under event-triggered communication scheduling: the finite-horizon case [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 50(4): 1372-1382.
- [17] WANG D, WANG Z, WANG Z, *et al.* Design of hybrid event-triggered containment controllers for homogeneous and heterogeneous multiagent systems [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(10): 4885-4896.
- [18] WANG W, LONG J, WEN C, *et al.* Recent advances in distributed adaptive consensus control of uncertain nonlinear multi-agent systems [J]. *Journal of Control and Decision*, 2020, 7(1): 44-63.
- [19] FATTAHI M, AFSHAR A. Controller-based observer design for distributed consensus of multi-agent systems with fault and delay [J]. *Journal of Control and Decision*, 2019, 6(4): 217-235.
- [20] ZHANG H, YUE D, DOU C, *et al.* Data-driven distributed optimal consensus control for unknown multiagent systems with input-delay [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 49(6): 2095-2105.
- [21] JIANG H, HE H. Data-driven distributed output consensus control for partially observable multiagent systems [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 49(3): 848-858.
- [22] WANG S, DUAN J, SHI D, *et al.* A data-driven multi-agent autonomous voltage control framework using deep reinforcement learning [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2020, 35(6): 4644-4654.
- [23] HOU Z, JIN S. Model free adaptive control: theory and applications[M]. Boca Raton: CRC press, 2019.
- [24] HOU Z, CHI R, GAO H. An overview of dynamic-linearization-based data-driven control and applications [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 64(5): 4076-4090.
- [25] HOU Z, JIN S. A novel data-driven control approach for a class of discrete-time nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 19(6): 1549-1558.
- [26] HOU Z, JIN S. Data-driven model-free adaptive control for a class of mimo nonlinear discrete-time systems [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2011, 22(12): 2173-2188.
- [27] HOU Z, XIONG S. On model-free adaptive control and its stability analysis [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(11): 4555-4569.
- [28] BU X, HOU Z, ZHANG H. Data-driven multiagent systems consensus tracking using model free adaptive control [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2017, 29(5): 1514-1524.
- [29] SONG W, FENG J, SUN S. Data-based output tracking formation control for heterogeneous mimo multiagent systems under switching topologies [J]. *Neurocomputing*, 2021, 422: 322-331.
- [30] BU X, YU Q, HOU Z, *et al.* Model free adaptive iterative learning consensus tracking control for a class of nonlinear multiagent systems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, 49(4): 677-686.
- [31] BU X, ZHU P, HOU Z, *et al.* Finite-time consensus for linear multi-agent systems using data-driven terminal ilc [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2019, 67(10): 2029-2033.
- [32] BU X, CUI L, HOU Z, *et al.* Formation control for a class of nonlinear multiagent systems using model-free adaptive iterative learning [J]. *International Journal of Robust and Non-linear Control*, 2018, 28(4): 1402-1412.
- [33] REN Y, HOU Z. Robust model-free adaptive iterative learning formation for unknown heterogeneous non-linear multi-agent systems [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2019, 14(4): 654-663.
- [34] ZHANG J, CHAI S, ZHANG B, *et al.* Relay cooperative tracking control of networked nonlinear multi-agent systems with communication delays: a data-driven method [J]. *Neurocomputing*, 2019, 363: 9-16.
- [35] WANG Y, LI H, QIU X, *et al.* Consensus tracking for nonlinear multi-agent systems with unknown disturbance by using model free adaptive iterative learning control [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2020, 365: 124701.
- [36] FENG J, SONG W, ZHANG H, *et al.* Data-driven robust iterative learning consensus tracking control for mimo multiagent systems under fixed and iteration-switching topologies [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(2): 1331-1344.
- [37] DENG C, WEN C. Distributed resilient observer-based fault-tolerant control for heterogeneous multiagent systems under actuator faults and dos attacks [J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2020, 7(3): 1308-1318.
- [38] FENG Z, HU G. Secure cooperative event-triggered control of linear multiagent systems under dos attacks [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2019, 28(3): 741-752.
- [39] HE W, MO Z, HAN Q L, *et al.* Secure impulsive synchronization in lipschitz-type multi-agent systems subject to deception attacks [J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2020, 7(5): 1326-1334.
- [40] HE W, GAO X, ZHONG W, *et al.* Secure impulsive synchronization control of multi-agent systems under deception attacks [J]. *Information Sciences*, 2018, 459: 354-368.
- [41] MA Y S, CHE W W, DENG C, *et al.* Distributed model-free adaptive control for learning nonlinear mass under dos attacks[J/OL]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2021: 1-10. (2021-08-24) [2022-03-20]. <https://doi.org/10.1109/TNNLS.2021.3104978>.
- [42] XU D, JIANG B, SHI P. A novel model-free adaptive control design for multivariable industrial processes [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(11): 6391-6398.